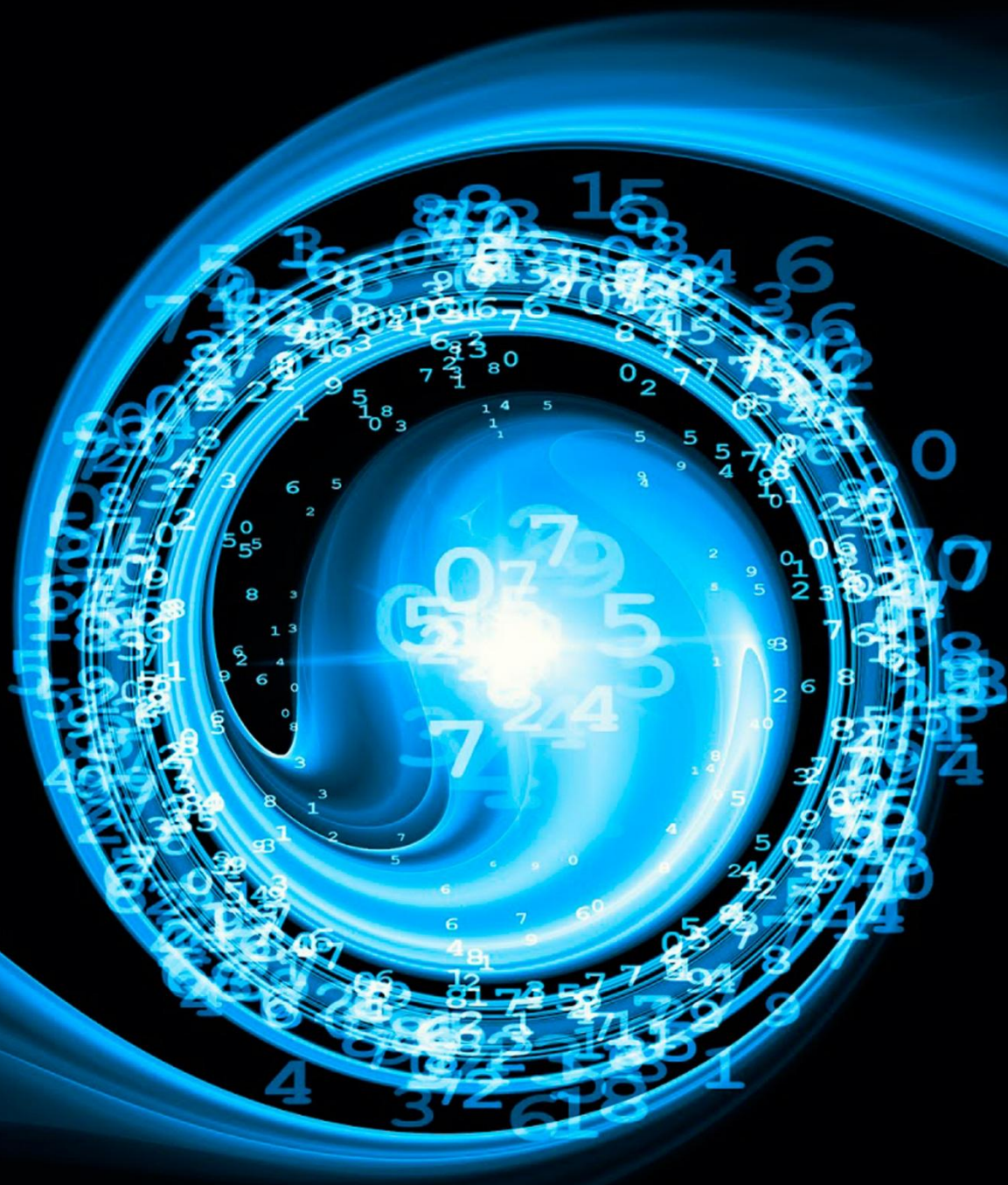


Ecuaciones diferenciales



unab



Taller No. 1: Introducción a las ecuaciones diferenciales

Objetivo

Reforzar los conocimientos del estudiante en los temas de fundamentación y conceptos para el entendimiento de las ecuaciones diferenciales, además de conocer las herramientas para repaso y aprendizaje.

Conceptos Iniciales

En las ciencias y la ingeniería se desarrollan modelos matemáticos para comprender mejor los fenómenos físicos. Con frecuencia, estos modelos producen una ecuación que contiene algunas derivadas de una función que no conocemos. Esta ecuación es una **ecuación diferencial**. Dos ejemplos de modelos que se desarrollan en cálculo son la caída libre de un cuerpo y el decaimiento de una sustancia radiactiva.



Definición – Ecuación Diferencial

Se dice que una **ecuación diferencial (ED)** es cualquier ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

Para comenzar nuestro estudio de ecuaciones diferenciales necesitamos cierta terminología común. Si una ecuación implica la derivada de una variable con respecto de otra, entonces la primera se llama una **variable dependiente** y la segunda una **variable independiente**. Así en la ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + kx = 0, \quad (1)$$

t es la variable independiente y x es la variable dependiente. Nos referimos a a y k como **coeficientes** en la ecuación (1).

Una ecuación diferencial que solo implica derivadas ordinarias con respecto de una sola variable independiente es una **ecuación diferencial ordinaria (EDO-EDOrdinaria)**. Una ecuación diferencial que implica derivadas parciales con respecto a más de una variable independiente es una **ecuación diferencial parcial (EDP-EDParcial)**.

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = x - 2y, \quad (2)$$

Por ejemplo, la ecuación (1) es una ecuación diferencial ordinaria y la ecuación (2) es una ecuación diferencial parcial, donde x y y son variables independientes y u es una variable dependiente.

El **orden** de una ecuación diferencial es el orden de las derivadas de orden máximo que aparecen en la ecuación. La ecuación (1) es una ecuación de segundo orden, pues d^2x/dt^2 es la derivada de máximo orden que aparece en la ecuación. La ecuación (2) es una ecuación de primer orden, pues solo contiene derivadas parciales de primer orden.



Ejemplo

Determinar el orden y la variable dependiente tanto como independiente.

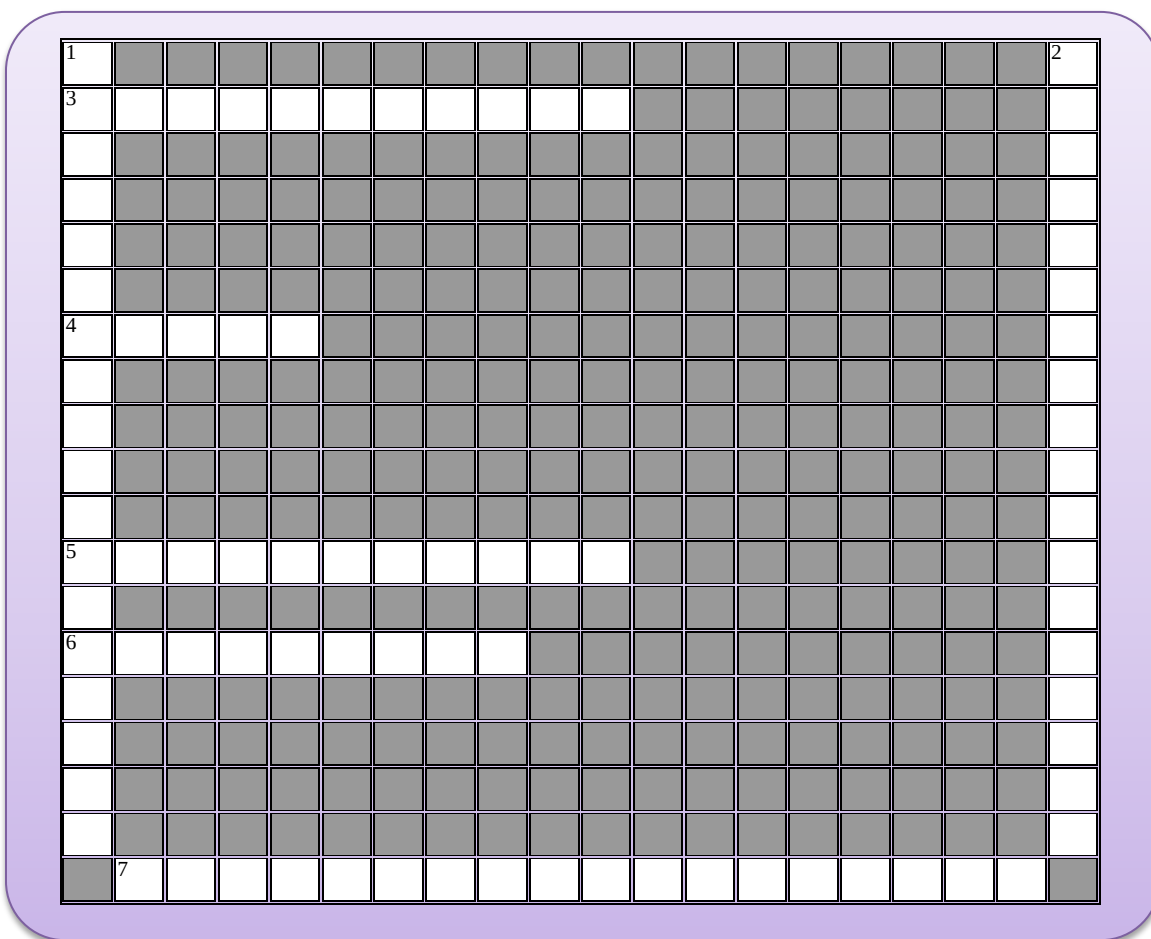
$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x^3, \quad (\text{Segundo Orden, } x \text{ independiente, } y \text{ dependiente})$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)} - y = 0, \quad (\text{Segundo Orden, } t \text{ independiente, } y \text{ dependiente})$$

$$\frac{d^4 x}{dt^4} = xt \quad (\text{Cuarto Orden, } t \text{ independiente, } x \text{ dependiente})$$

Actividad No. 1: Repaso de conceptos clave

Solucione el crucigrama con las palabras previamente resaltadas en **negrita**, relacionadas con las ecuaciones diferenciales.





Horizontales

3. Es un factor multiplicativo constante de un objeto específico.
4. Es la clasificación de una ED.
5. Es una ecuación que solo implica derivadas ordinarias con respecto de una sola variable independiente.
6. Es una ecuación que implica derivadas parciales con respecto a más de una variable independiente.
7. En una ecuación implica la derivada de una variable con respecto de otra, entonces la primera se llama:

Verticales

1. Es cualquier ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.
2. En una ecuación implica la derivada de una variable con respecto de otra, entonces la segunda se llama:



Herramienta de aprendizaje y verificación de resultados

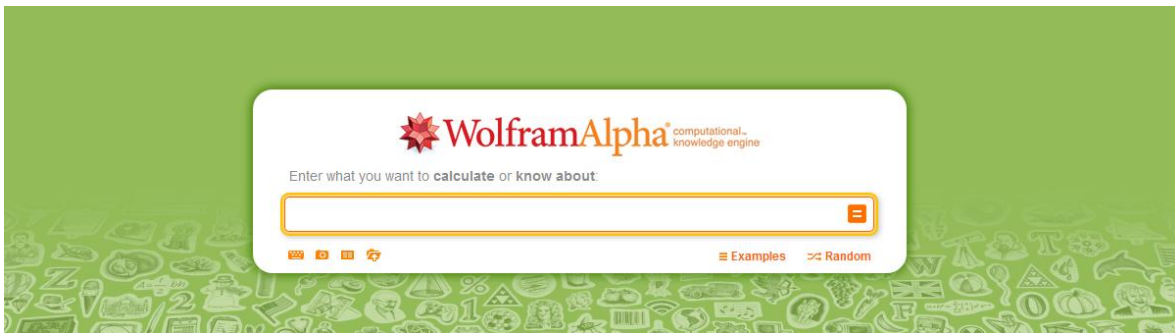


Wolfram Alpha

Es un buscador de respuestas desarrollado por la compañía Wolfram Research. Es un servicio en línea gratuito que responde a las preguntas directamente, mediante el procesamiento de la respuesta extraída de una base de datos estructurados, en lugar de proporcionar una lista de los documentos o páginas web que podrían contener la respuesta, tal y como lo hace Google. Wolfram Alpha se basa en uno de los programas creados por Wolfram Research, Mathematica, que incorpora el procesamiento de álgebra, cálculo numérico y simbólico, visualizaciones y capacidades estadísticas.

Enlace: <http://www.wolframalpha.com/>

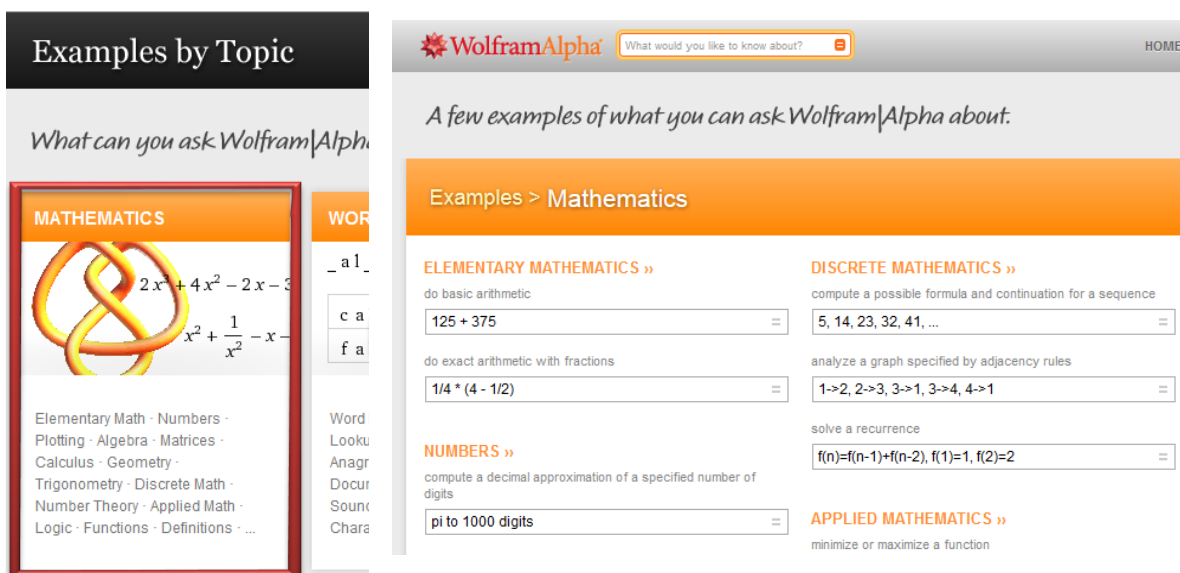
Capturas



La imagen anterior muestra la pantalla que arrojaría el navegador al introducir el enlace de la página, en ella aparecen diferentes opciones, entre ellas se puede subir como entrada de datos una imagen o captura para que enuncie sus diferentes propiedades, también y las que más interesan en el caso de que no tener conocimiento en este procesador, son los ejemplos, para ello se dirige a "Examples" y se abre una página con las diferentes temáticas de ejemplos: en el primer cuadro se ubica el tema de Mathematics, que para el desarrollo de estas guías son los que se normalmente utilizaría, allí podrá ver los diferentes ejemplos de cómo se introducen los datos en



Wólfam Alpha teniendo en cuenta que es un software muy intuitivo y los **datos de entrada** en el caso del texto **tienen que estar en inglés**.



The screenshot shows the WolframAlpha website interface. On the left, there's a sidebar titled 'Examples by Topic' with a 'MATHEMATICS' section highlighted. Below it, a list of topics includes Elementary Math, Numbers, Plotting, Algebra, Matrices, Calculus, Geometry, Trigonometry, Discrete Math, Number Theory, Applied Math, Logic, Functions, Definitions, and more. The main content area is titled 'A few examples of what you can ask Wolfram|Alpha about.' and lists several categories of examples: Elementary Mathematics (basic arithmetic, exact arithmetic with fractions), Numbers (decimal approximation of digits), Discrete Mathematics (compute a possible formula and continuation for a sequence, analyze a graph specified by adjacency rules, solve a recurrence), and Applied Mathematics (minimize or maximize a function).

Una vez esté en la página de ejemplos de Matemáticas se puede apreciar las temáticas y la forma de introducir las variables, si se desea corroborar alguno de los ejemplos disponibles, basta con hacer clic en el recuadro donde se encuentra la operación.



Ejemplo

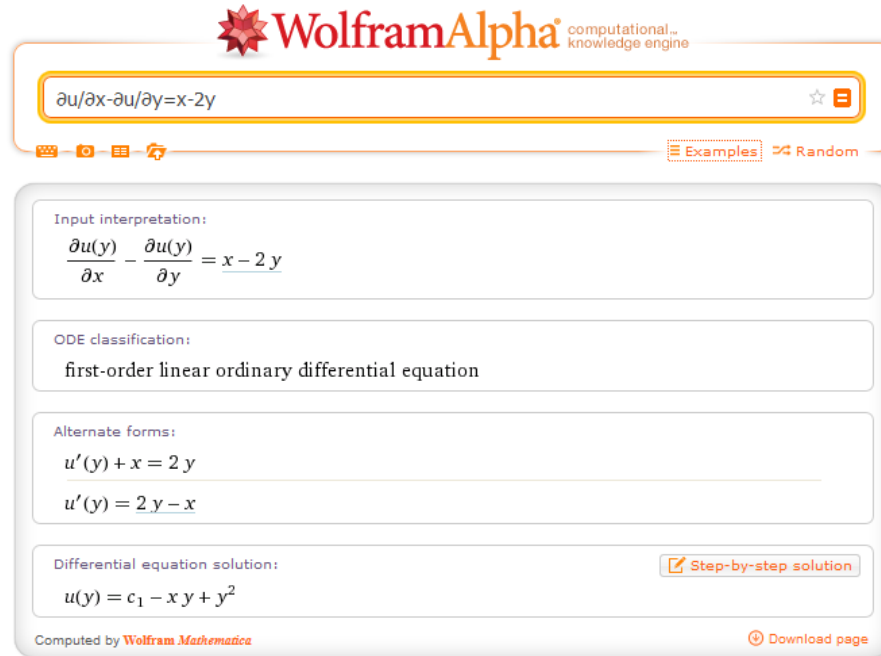
Para el desarrollo de las diferentes guías se encontrará con algunos puntos donde se indica que valide el resultado del ejercicio en Wolfram Alpha, para ello basta con copiar la ecuación aquí presentada en el cuadro de entrada del software visto anteriormente y presionar la tecla "Enter", o bien se puede introducir la ecuación manualmente ayudándose del teclado extendido ubicado debajo del recuadro de entrada, en el cual puede encontrar diferentes variables en el caso tener de alguna dificultad al introducirla con el teclado.

Para el desarrollo de este ejemplo simplemente se copia la ecuación (2) presentada a comienzo de esta guía en el recuadro de entrada de Wolfram Alpha y luego presione la tecla "Enter".

Una vez el software arroje los resultados puede apreciar, en primer lugar, la interpretación que Wolfram Alpha hace de las variables que introduce, esto es muy importante debido a que si se observa que la interpretación es incorrecta, se pueden hacer los arreglos necesarios hasta obtener lo que realmente desea. Luego aparece una clasificación de la ecuación diferencial, que es parte del trabajo que se ha practicado en esta guía para determinar el orden de la ecuación diferencial, luego se puede apreciar muy comúnmente el recuadro de formas alternativas en las que se despliegan las diferentes formas en las que se puede escribir la ecuación que se introdujo, y por último se tiene la solución, que para este caso el software la entrega con las constantes debido a que no se introdujo ninguna condición inicial para la resolución de ellas.



De no ser así, Wolfram arrojaría el resultado hallando las constantes y mostraría la gráfica de la función resultante.



WolframAlpha computational knowledge engine

$\partial u / \partial x - \partial u / \partial y = x - 2y$

Input interpretation:
$$\frac{\partial u(y)}{\partial x} - \frac{\partial u(y)}{\partial y} = x - 2y$$

ODE classification:
first-order linear ordinary differential equation

Alternate forms:
$$u'(y) + x = 2y$$
$$u'(y) = 2y - x$$

Differential equation solution:
$$u(y) = c_1 - x y + y^2$$

Computed by **Wolfram Mathematica** [Download page](#)

Referencias:

- Edwards, Charles Henry, and David E. Penney. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores de la frontera*. Pearson Educación, 2009.
- Zill, Dennis G., and Michael R. Cullen. *Matemáticas avanzadas para ingeniería I: ecuaciones diferenciales*. 2008.
- Uso del Software Libre [Wolfram|Alpha: Computational Knowledge Engine](#)